

# Segédlet az Informatika alapjai I. című tárgy számrendszerek fejezetéhez

Sándor Tamás, sandor.tamas@kvk.bmf.hu  
Takács Gergely, takacs.gergo@kvk.bmf.hu  
Lektorálta: dr. Schuster György PhD, hal@k2.jozsef.kando.hu

Jelen segédlet az Informatika alapjai I. tárgyhoz a Számrendszerek tématerület minél jobb megértéséhez kíván segítséget nyújtani. Számrendszerek témakörön belül az alábbi témákkal kívánunk foglalkozni:

- előjel nélküli számábrázolás a 2-es, 8-as, 10-es és 16 számrendszerekben,
- előjeles (kettes komplement) számábrázolás a 2-es, 8-as, 10-es és 16 számrendszerekben,
- aritmetikai műveletek a 2-es, 8-as, 10-es és 16 számrendszerekben.

## Előjel nélküli számábrázolás a 2-es, 8-as, 10-es és 16 számrendszerekben

A következő táblázat a tanult számrendszereket, illetve azok felépítését ábrázolja:

Rövidítés	Számrendszer neve	Szr.:	Számrendszer felépítése
BIN	Bináris	2	$2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$
OKT	Oktális	8	$8^7 + 8^6 + 8^5 + 8^4 + 8^3 + 8^2 + 8^1 + 8^0$
DEC	Decimális	10	$10^6 + 10^5 + 10^4 + 10^3 + 10^2 + 10^1 + 10^0$
HEX	Hexadecimális	16	$16^6 + 16^5 + 16^4 + 16^3 + 16^2 + 16^1 + 16^0$

Példák a számrendszerek közötti átváltásra

Mintapélda: váltsuk át adott a 1010 1100b számot 8-as 10-es és 16-os számrendszerbe!

Legkézenfekvőbb megoldás (de nem a leggyorsabb), ha a bináris számot átváltjuk tízes számrendszerbe, majd onnan nyolcasba, illetve tizenhatosba.

	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
Szám bin	1	0	1	0	1	1	0	0
Szám dec	$1*128$	$0*64$	$1*32$	$0*16$	$1*8$	$1*4$	$0*2$	$0*1$

Az alsó sor értékeit összeadva:  $128+32+8+4 = 172$  decimális értéket kapjuk.

Számoljunk tovább a decimális eredménnyel, és váltsuk át nyolcas számrendszerbe:

	$8^3$	$8^2$	$8^1$	$8^0$
Szám okt	0	2	5	4
Szám dec	$0*512$	$2*64$	$5*8$	$4*1$

Első lépésként szorítsuk határok közé a számunkat:

$$8^0 = 1, 8^1 = 8, 8^2 = 64, 8^3 = 512$$

Azt láthatjuk, hogy a 172 a 64 és az 512 közé esik, tehát a számunk biztos, hogy háromjegyű szám lesz.

Most bontsuk fel a 172 -öt nyolc hatványaira a 64-től kezdve:  $64*2 + 8*5 + 1*4 = 172$

Rakjuk össze a nyolcas számrendszer béli számunkat: 254o!

A hexadecimális számrendszerbe való átváltás ugyanígy történik:

$$16^0 = 1, 16^1 = 16, 16^2 = 256 \rightarrow 172 = 16*10 + 1*12 = 16*Ah + 1*Ch$$

A számunk tehát ACh.

A számrendszerek között közvetlenül is lehet átváltani a számokat (a tízes beiktatása nélkül). Sőt, mint látni fogjuk néha ez a megoldás gyorsabb és egyszerűbb, mint az előző. Tudjuk, hogy a nyolc és a tizenhat kettő hatványai, ebből kiindulva pedig összefüggést találhatunk ezen számrendszerek között.

$$2^0 = 1, 8^0 = 1, 16^0 = 1$$

$$2^3 = 8, 8^1 = 8$$

$$2^4 = 16, 16^1 = 16$$

$$2^6 = 64, 8^2 = 64$$

$$2^8 = 256, 16^2 = 256$$

A továbblépéshez tekintsük az alábbi táblázatot:

16	$16^1$				$16^0$			
2	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
$2^m * 2^{n*4}$	$2^3 * 2^4$	$2^2 * 2^4$	$2^1 * 2^4$	$2^0 * 2^4$				
	$8*16$	$4*16$	$2*16$	16	8	4	2	1
172d →	A*16				C*1			
172d →	$8*16$	0	$2*16$	0	8	4	0	0

Tekintsük a  $16^0$  oszlopot, és vegyük észre, hogy egy négyjegyű bináris szám 0-15 -ig tejed decimális számrendszerben, azaz pontosan egy egyjegyű hexadecimális számnak felel meg. Ha a példát (5.-6. sor) nézzük  $8d + 4d = 12d = Ch$ , most már biztosak lehetünk abban, hogy a hexadecimális alak utolsó számjegye Ch!

Vegyük a következő oszlopot ( $16^1$ ): a második számjegy a tizenhatos számrendszerben  $n*16$ -ot jelöl, ahol  $0 < n < 15$ . A lényeg a 3. és a 4. sor, ha ezek közül összevonjuk az

egyiket (4), akkor a következőt kapjuk:  $(8+4+2+1) * 16$ . A példában (5.-6. sor) ez így néz ki:  $(8+2)*16$  azaz  $10*16$  hexadecimálisan A0h.

Adjuk össze a két kapott számot, és máris megkapjuk az ACh –t, azaz a végeredményt. Összefoglalva: egy bináris szám minden négy számjegye egy hexadecimális számjegyet kódol.

Ha nyolcas és a kettes számrendszer között végzünk átváltásokat, akkor csak annyiban kell eltérnünk a fent vázolt módszertől, hogy a három számjegyenként képezünk a bináris számból egy oktális számjegyet.

Lássunk néhány példát ehhez!

(44441d)

A				D				9				9							
1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1				
1	2			6				6				3				1			

(59379d)

E				7				F				3							
1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1				
1	6			3				7				6				3			

(43962d)

A				B				B				A							
1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0				
1	2			5				6				7				2			

Elég nehéz lett volna átváltani a bináris alakot decimálisba, majd 43962d –öt újra átváltani hexadecimálisba, a módszerrel viszont néhány másodperc alatt elvégezhető a kívánt művelet.

Feladatok:

1 Váltsa át az alábbi bináris számokat a 10-es, 8-as és a 16-os számrendszerbe!

- a) 1111 1111 b
- b) 1100 0001 b
- c) 1001 0010 b
- d) 1110 0010 b

2 Váltsa át az alábbi oktális számokat a 2-es, 10-es és 16-os számrendszerbe!

- e) 10 o
- f) 125 o
- g) 144 o
- h) 33 o

3 Váltsa át az alábbi decimális számokat a 2-es, 8-as és 16-os számrendszerbe!

- i) 100 d
- j) 125 d
- k) 9 d
- l) 127 d

4 Váltsa át az alábbi hexadecimális számokat a 2-es, 8-as és 10-es számrendszerbe!

- m) E h
- n) 99 h
- o) FA h
- p) FF h

5 Váltsa át az alábbi számokat a 2-es, 8-as és 16-os számrendszerbe (tízbe ne)!

- q) FED h
- r) 1010 1011 1011 1010 b
- s) 12345 o
- t) 100 h
- u) 17777 o
- v) ABC h
- w) 1010 1010 1011 1111 b

A fenti példák megoldásai:

	Bin	Okt	Dec	Hex
A	1111 1111	377	255	FF
B	1100 0001	301	193	C1
C	1001 0010	222	146	92
D	1110 0010	342	226	E2
E	1000	10	8	8
F	101 0101	125	85	55
G	101 0100	144	100	64
H	11011	33	27	1B
I	101 0100	144	100	64
J	111 1101	175	125	7D
K	1001	11	9	9
L	111 1111	177	127	7F
M	1110	16	14	E
N	1001 1001	231	153	99
O	1111 1010	372	250	FA
P	1111 1111	377	255	FF
Q	1111 1110 1101	7755		FED
R	1010 1011 1011 1010	125672		ABBA
S	1 0100 1110 0101	12345		14E5
T	1 0000 0000	400		100
U	1 1111 1111 1111	17777		1FFF
V	1010 1011 1100	5274		ABC
W	1010 1010 1011 1111	125277		AABF

## Előjeles (kettes komplement) számábrázolás a 2-es, 8-as, 10-es és 16 számrendszerekben

Az előjeles számokat leggyakrabban előjeles (kettes komplement) számábrázolásban használják a számítógépek. A példákban 8 biten ábrázolt előjeles számokon mutatjuk be a képzés szabályait. 8 biten előjeles számábrázolásban a -128...+127 értékeket adhatunk meg. Példa: Írjuk fel a decimális -118 binárisan kettes komplement ábrázolásban!

A kettes komplement képzés szabálya:

1. Vegyük a szám abszolút értékét:  $|-118d|=118d$ .
2. Írjuk binárisan előjel nélküli formában: 0111 0110b.
3. Vegyük a szám egyes komplementjét (minden bit helyi értéken negáljuk az értéket (változtassuk ellenkezőjére az adott értéket: 1->0, 0->1)) 1000 1001b
4. Az eredményhez adjunk hozzá egyet: 0000 0001b

1000 1010b

Az eredmény hexadecimálisan megadható:

8 Ah.

A szabály alkalmazásával a következő táblázat egyes értékeit könnyen bizonyíthatjuk:

Decimális érték	Bináris érték	Hexadecimális érték	Oktális érték
-128	1000 0000	80	200
...			
-2	1111 1110	FE	776
-1	1111 1111	FF	777
0	0000 0000	00	000
1	0000 0001	01	001
2	0000 0010	02	002
...			
127	0111 1111	7F	177

## Aritmetikai műveletek a 2-es, 8-as, 10-es és 16 számrendszerekben

A bemutatásra kerülő különféle számrendszerekben az aritmetikai műveletek ugyanúgy elvégezhetők, természetesen az eredményképzéskor figyelembe kell venni az adott számrendszer egyes helyi értékein ábrázolható mennyiségeket.

Aritmetikai műveletek esetén két fontos fogalmat előzetesen rögzíteni kell. A két fogalom az átvitel és a túlsordulás.

Az **átvitel (carry)** akkor keletkezik, amikor előjel nélküli számábrázolás esetén a műveletvégzés után az eredmény az adott számtartományban nem ábrázolható, az ábrázoláshoz számtartomány határait túl kell lépni. A túllépést az átvitel tárolóban jelezzük.

A **túlsordulás (overflow)** akkor keletkezik, amikor előjeles számábrázolás esetén a műveletvégzés után az eredmény az adott számtartományban nem ábrázolható, az ábrázoláshoz számtartomány határait túl kell lépni. A túllépést a túlsordulás tárolóban jelezzük.

## Aritmetikai műveletek előjel nélküli számábrázolásban

### Mintapéldák összeadásra:

1. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet a következő bináris számokkal:  
 $0011\ 0111b + 0001\ 1110b$  !

megoldás:	0011 0111 b	55 d
	<u>+0001 1110 b</u>	<u>30 d</u>
	0101 0101 b	85 d

A megoldás lépésein látható, hogy az összeadás módszere semmiben sem különbözik az általános iskolában tanultaktól. Természetesen átvitel akkor van, ha az adott helyi értéken az eredmény nem fér el az ábrázolási tartományban.

Lássuk részletesen az oszlopokat jobbról balra haladva:

$1+0 = 1,$	átvitel 0
$1+1 = 10,$	átvitel 1
$1+1+1 = 11$	átvitel 1
$1+0+1 = 10$	átvitel 1
$1+1+1 = 11$	átvitel 1
$1+0+1 = 10$	átvitel 1
$0+0+1 = 1$	átvitel 0
$0+0+0 = 0$	átvitel 0

Ellenőrzés: váltsuk át tízes számrendszerbe és végezzük el az összeadást!

Az egyszerűség kedvéért a következő példa is ezekkel a számokkal dolgozik!

2. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet a következő oktális számokkal:  
 $67_o + 36_o!$

$$\begin{array}{r} \text{megoldás:} \quad 67_o \\ + 36_o \\ \hline 125_o \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{részletesen:} \quad 7+6 = 15_o \text{ (13d)} \quad \text{átvitel 1} \\ \quad \quad \quad 6+3+1 = 12_o \text{ (10d)} \quad \text{átvitel 1} \\ \quad \quad \quad 1 = 1_o \text{ (1d)} \quad \text{átvitel 1} \end{array}$$

3. feladat : Végezze el a kijelölt műveletet a következő hexadecimális számokkal:  $37_h + 1E_h!$

$$\begin{array}{r} \text{megoldás:} \quad 37_h \\ + 1E_h \\ \hline 55_h \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{részletesen:} \quad 7+E = 15_h \text{ (21d)} \quad \text{átvitel 1} \\ \quad \quad \quad 3+1+1 = 5_h \text{ (10d)} \quad \text{átvitel 0} \end{array}$$

### Mintapéldák kivonásra:

A módszer ugyanaz lesz, amit a tízes számrendszerben megszokhattunk:

4. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet  $0011\ 0111_b - 0001\ 1110_b$  bináris számokkal!

$$\begin{array}{r} \text{megoldás:} \quad 0011\ 0111_b \quad 55_d \\ - 0001\ 1110_b \quad 30_d \\ \hline 0001\ 1001_b \quad 15_d \end{array}$$

Mint látható a kivonás módszere sem különbözik a tízes számrendszerben tanultaktól. Az átvitel szabályai megegyeznek az összeadásnál ismertekkel.

Lássuk részletesen az oszlopokat jobbról balra haladva:

$$\begin{array}{l} 1-0 = 1, \quad \text{átvitel 0} \\ 1-1 = 0, \quad \text{átvitel 0} \\ 1-1 = 0 \quad \text{átvitel 0} \\ 0-1 = 1 \quad \text{átvitel 1 (a kivonás valójában így néz ki: } 10-1=1, \text{ és az} \\ \quad \quad \quad \text{átvitel ezért keletkezik)} \\ 1-1-1 = 1 \quad \text{átvitel 1} \\ 1-1=0 \quad \text{átvitel 0} \\ 0-0 = 0, \quad \text{átvitel 0} \\ 0-0 = 0, \quad \text{átvitel 0} \end{array}$$

Az egyszerűség kedvéért a következő példa is ezekkel a számokkal dolgozik!



5. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet a következő oktális számokkal  
67<sub>o</sub> - 36<sub>o</sub>!

$$\begin{array}{r} \text{megoldás:} \quad 67 \text{ o} \\ \quad \quad \quad - \underline{36 \text{ o}} \\ \quad \quad \quad 31 \text{ o} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{részletesen:} \quad 7-6 = 1 \text{ o} \quad \text{átvitel } 0 \\ \quad \quad \quad \quad 6-3 = 3 \text{ o} \quad \text{átvitel } 0 \end{array}$$

6. feladat : Végezze el a kijelölt műveletet a következő hexadecimális számokkal 37<sub>h</sub> - 1E<sub>h</sub>!

$$\begin{array}{r} \text{megoldás:} \quad 37 \text{ h} \\ \quad \quad \quad - \underline{1E \text{ h}} \\ \quad \quad \quad 19 \text{ h} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{részletesen:} \quad 7-E = 9 \text{ h} \quad \text{átvitel } 1 \text{ (a kivonás valójában így néz ki:} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 17 \text{ h}-E \text{ h}=9 \text{ h, és az átvitel ezért keletkezik)} \\ \quad \quad \quad 3-1-1 = 1 \text{ h} \quad \quad \quad \text{átvitel } 0. \end{array}$$

### Mintapéldák szorzásra:

Az osztást és a szorzást csak bináris számokkal tárgyaljuk!

Látható lesz, hogy a kettes számrendszerben elvégzett szorzás a legegyszerűbb műveletek egyike, hiszen vagy egyel vagy nullával kell szoroznunk.

7. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet 0011 0111<sub>b</sub> \* 0000 1010<sub>b</sub> bináris számokkal! A műveletvégzésnél a számok elején található vezető nullákat elhagytuk, hiszen a műveletvégzést nem befolyásolják, csak a részművelet végrehajtási számot növelik.

$$\begin{array}{r} \text{megoldás:} \quad \begin{array}{r} \underline{11 \ 01 \ 11} \ * \ 1010 \\ 11 \ 01 \ 11 \\ 0 \ 00 \ 00 \ 0 \\ \quad \quad 11 \ 01 \ 11 \\ + \quad \quad \quad 0 \ 00 \ 000 \\ \hline 1 \ 00 \ 01 \ 00 \ 110 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{55 \ d} \ * \ 10 \ d \\ 55 \\ + \underline{00} \\ \hline 550 \ d \end{array} \end{array}$$

Miután elvégeztük a szorzást, a részeredményeket összeadjuk, figyelve a nullaértékű tagok helyi érték eltolására.

Mindenki tudja, hogy milyen egyszerű tízes számrendszerben egy számot tízzel, vagy annak valamelyik hatványával megszorozni. Ezeknél a szorzásoknál csak a hatvány értéknek megfelelő számú nullát kell a szám után írni ahhoz, hogy megkapjuk a végeredményt. Ha folytatjuk a gondolatmenetet, észrevehetjük, hogy ebben az esetben a szorzást a tízestől eltérő számrendszerben nem a tízzel, mint értékkel való szorzást értjük, hanem egy olyan számmal való szorzást, amelynek az alakja, az adott számrendszerben egy, nulla (1 0).

Az előzőekből az következik, hogy az 1 0 számrendszerenként más értéket jelöl. Nézzük erre egy példát:

$$\begin{array}{r} 110111 * 10 \\ 110111 \\ + 000000 \\ \hline 1101110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 55 * 2 \\ 110 \end{array}$$

Ha négyvel szorzunk meg egy számot (1 0 0 b), akkor két nullát kell odaírunk a végére, de fogalmazhatunk úgy is, hogy a számot kettővel **eltoljuk** balra. Attól függően, hogy a kettőnek hányadik hatványával szorzunk, annyival kell a számot balra eltolnunk. Mi történik akkor, ha kettő negatív hatványával szorozzuk (ezt tulajdonképpen azt jelenti, hogy kettő pozitív hatványával osztunk) a számot? Ez esetben nem kell mást tenni, mint jobbra eltolni a számot, ami a következő műveletet ismertetésekor bemutatásra is kerül.

### **Osztás:**

A jobbra történő eltolás a kettes számrendszerben a kettő negatív hatványával való szorzás, de ha jobban belegondolunk, ez nem jelent mást, mint osztás egy ( 1 0 ) alakú számmal.

Osztásnál alapvetően két esetet különböztetünk meg, a maradék nélküli és a maradékos osztást, lássunk most mindkettőre példát:

8. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet 0011 0110b : 0000 1010b !

megoldás:

$$0011\ 0110b : 0000\ 1010b = 0001\ 1011b \\ \text{maradék: } 0$$

ell:  $54\ d : 2d = 27d$

9. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet 0011 0111b \* 0000 0100b !

megoldás:

$$0011\ 0111b : 0000\ 0100b = 0000\ 1101b \\ \text{maradék } 11b\ (3d)$$

ell:  $55\ d : 4\ d = 13d\ (\text{maradék } 3d)$

## Aritmetikai műveletek előjeles számábrázolásban

### Mintapéldák összeadásra:

1. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet a következő bináris számokkal: 1011 0111b + 0001 1110b !

$$\begin{array}{r} \text{megoldás:} \quad 1011\ 0111\ \text{b} \quad -73\ \text{d} \\ \quad \quad \quad +0001\ 1110\ \text{b} \quad +30\ \text{d} \\ \hline \quad \quad \quad 1101\ 0101\ \text{b} \quad -43\ \text{d} \end{array}$$

A megoldás lépésein látható, hogy az összeadás módszere semmiben sem különbözik az előjel nélküli számábrázolásban tanultaktól. Az előjeles számábrázolásban az adott helyi értéken keletkező többletet NEM átvitelnek, hanem **túlcsordulásnak (overflow)** hívjuk.

Lássuk részletesen az oszlopokat jobbról balra haladva:

$$\begin{array}{ll} 1+0 = 1, & \text{túlcsordulás } 0 \\ 1+1 = 10, & \text{túlcsordulás } 1 \\ 1+1+1 = 11 & \text{túlcsordulás } 1 \\ 1+0+1 = 10 & \text{túlcsordulás } 1 \\ 1+1+1 = 11 & \text{túlcsordulás } 1 \\ 1+0+1 = 10 & \text{túlcsordulás } 1 \\ 0+0+1 = 1 & \text{túlcsordulás } 0 \\ 1+0+0 = 0 & \text{túlcsordulás } 0 \end{array}$$

Ellenőrzés: váltsuk át tízes számrendszerbe és végezzük el az összeadást!

Az egyszerűség kedvéért a következő példa is ezekkel a számokkal dolgozik!

### Mintapéldák kivonásra:

A módszer ugyanaz lesz, amit a tízes számrendszerben megszokhattunk:

2. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet 1011 0111b - 0001 1110b bináris számokkal!

$$\begin{array}{r} \text{megoldás:} \quad 1011\ 0111\ \text{b} \quad -73\ \text{d} \\ \quad \quad \quad -0001\ 1110\ \text{b} \quad +30\ \text{d} \\ \hline \quad \quad \quad 1001\ 1001\ \text{b} \quad -103\ \text{d} \end{array}$$

Mint látható a kivonás módszere sem különbözik a tízes számrendszerben tanultaktól. A túlcsordulás szabályai megegyeznek az összeadásnál ismertekkel.

Lássuk részletesen az oszlopokat jobbról balra haladva:

$$\begin{array}{ll} 1-0 = 1, & \text{túlcsordulás } 0 \\ 1-1 = 0, & \text{túlcsordulás } 0 \end{array}$$

1-1 = 0	túlsordulás 0
0-1 = 1	túlsordulás 1 (a kivonás valójában így néz ki: 10-1=1, és a túlsordulás ezért keletkezik)
1-1-1 = 1	túlsordulás 1
1-1= 0	túlsordulás 0
0-0 = 0,	túlsordulás 0
1-0 = 1,	túlsordulás 0

Az egyszerűség kedvéért a következő példa is ezekkel a számokkal dolgozik!

### Mintapéldák szorzásra:

Az osztást és a szorzást csak bináris számokkal tárgyaljuk!

Látható lesz, hogy a kettes számrendszerben elvégzett szorzás a legegyszerűbb műveletek egyike, hiszen vagy egyel vagy nullával kell szoroznunk.

3. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet 1011 0111b \* 0000 1010b bináris számokkal! A műveletvégzésnél a számok elején található vezető nullákat elhagytuk, hiszen a műveletvégzést nem befolyásolják, csak a részművelet végrehajtási számot növelik.

megoldás:

$$\begin{array}{r}
 \underline{10110111} * 1010 \\
 10110111 \\
 00000000 \\
 10110111 \\
 + \underline{00000000} \\
 111000100110
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \underline{-73 \text{ d}} * 10 \text{ d} \\
 -73 \\
 + \underline{00} \\
 -730 \text{ d}
 \end{array}$$

Miután elvégeztük a szorzást, a részeredményeket összeadjuk, figyelve a nullaértékű tagok helyi érték eltolására.

Az előjel nélküli számábrázolásnál elmondottak ugyan úgy igazak a kettő hatványaival történő szorzásra is előjeles esetben is.

Az előzőekből az következik, hogy az 1 0 számrendszerenként más értéket jelöl. Nézzük erre egy példát:

$$\begin{array}{r}
 \underline{10110111} * 10 \\
 10110111 \\
 + \underline{00000000} \\
 101101110
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \underline{-73} * 2 \\
 -146
 \end{array}$$

### Osztás:

A jobbra történő eltolás a kettes számrendszerben a kettő negatív hatványával való szorzás, de ha jobban belegondolunk, ez nem jelent mást, mint osztás egy (1 0) alakú számmal.

Osztásnál alapvetően két esetet különböztetünk meg, a maradék nélküli és a maradékos osztást, lássunk most mindkettőre példát:

4. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet  $1011\ 0110b : 0000\ 1010b !$

megoldás:

$$1011\ 0110b : 0000\ 0010b = 1001\ 1011b \\ \text{maradék: } 0$$

ell:  $54\ d : 2\ d = 27d$

5. feladat: Végezze el a kijelölt műveletet  $1011\ 0111b * 0000\ 0100b !$

megoldás:

$$1011\ 0111b : 0000\ 0100b = 1000\ 1101b \\ \text{maradék } 11b\ (3d)$$

ell:  $55\ d : 4\ d = 13d\ \text{(maradék } 3d)$

### Példák összeadásra

Adja össze a következő bináris számokat:

1	101011	+	1111
2	101000	+	101
3	1111001	+	1011
4	101010	+	10101
5	1111	+	01

Adja össze a következő oktális számokat:

6	777	+	1
7	2356	+	44
8	100	+	44
9	167	+	167
10	111	+	722

Adja össze a következő hexadecimális számokat:

11	ABCD	+	1111
12	100	+	1B
13	15B2	+	C4F
14	333	+	DDD
15	1A2B3C	+	68F

### Megoldások:

1	101011	+	1111	=	111010
2	101000	+	101	=	101101
3	1111001	+	1011	=	10000100
4	101010	+	10101	=	111111
5	1111	+	01	=	10000
6	777	+	1	=	1000
7	2356	+	44	=	2422
8	100	+	44	=	144
9	167	+	167	=	356
10	111	+	722	=	1033
11	ABCD	+	1111	=	BCDE
12	100	+	1B	=	11B
13	15B2	+	C4F	=	2201
14	333	+	DDD	=	1110
15	1A2B3C	+	68F	=	1A31CB

### Példák kivonásra

Határozza meg a következő bináris számok különbségét:

1	11111	-	1111
2	110011	-	1010
3	101010	-	10101
4	100000	-	1
5	111000	-	1011

Határozza meg a következő oktális számok különbségét:

6	1000	-	100
7	1574	-	456
8	123	-	55
9	564	-	12
10	455	-	366

Határozza meg a következő hexadecimális számok különbségét:

11	ABC	-	999
12	FFDD	-	AAAA
13	4E5D	-	147
14	EE9	-	94
15	100	-	1

### Megoldások:

1	11111	-	1111	=	10000
2	110011	-	1010	=	101101
3	101010	-	10101	=	10101
4	100000	-	1	=	11111
5	111000	-	1011	=	101101
6	1000	-	100	=	700
7	1574	-	456	=	1116
8	123	-	55	=	46
9	564	-	12	=	552
10	455	-	366	=	67
11	ABC	-	999	=	123
12	FFDD	-	AAAA	=	5544
13	4E5D	-	147	=	4D19
14	EE9	-	94	=	E55
15	100	-	1	=	FF

**Példák szorzásra:**

Végezze el a kijelölt szorzásokat:

1	11011	*	10
2	11111	*	10000
3	1001101	*	101
4	10110	*	110
5	1111	*	11

Végezze el a kijelölt osztásokat:

6	11001000	:	100
7	11110	:	10
8	1101001	:	101
9	1010111	:	111
10	1010111	:	1

**Megoldások:**

1	11011	*	10	=	110110
2	11111	*	10000	=	111110000
3	1001101	*	101	=	110000001
4	10110	*	110	=	10000100
5	1111	*	11	=	101101
6	11001000	:	100	=	110010
7	11110	:	10	=	1111
8	1101001	:	101	=	10101
9	1010111	:	111	=	1100 maradék 11
10	1010111	:	1	=	1010111